

# Systemes Digitaux

## Cours 1

# Mise en contexte

- De nos jours, le monde devient de plus en plus électronique
  - Ex: Les fours, les montres, les voitures, etc.
  - Il existe 2 types d'électronique : numérique et analogique
- L'électronique numérique prend de plus en plus d'importance.
  - La musique, la télévision, les films... sont devenus numériques

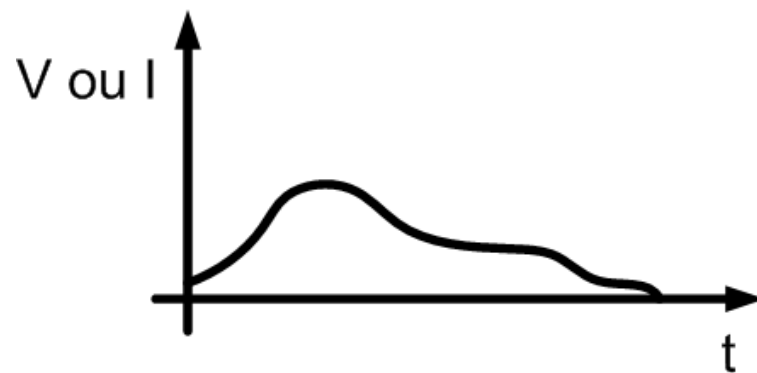
Pourquoi?

# Mise en contexte

- Le numérique a plusieurs avantages:
  - Stockage de données compacte
  - Transmission plus rapide (fibre optique)
  - Plus robuste et fiable
  - Conception plus facile et rapide...
- Ce cours va se concentrer sur la base des systèmes numériques (digitaux)

# Analogique et Numérique

- En électronique analogique, les voltages et courants
  - Peuvent avoir n'importe quelle valeur
  - Peuvent changer n'importe quand
  - Ce sont des valeurs analogiques en temps continu

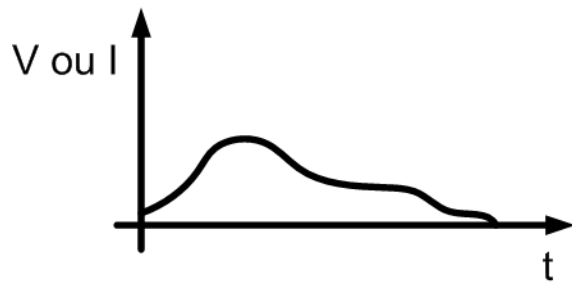


# Analogique et Numérique

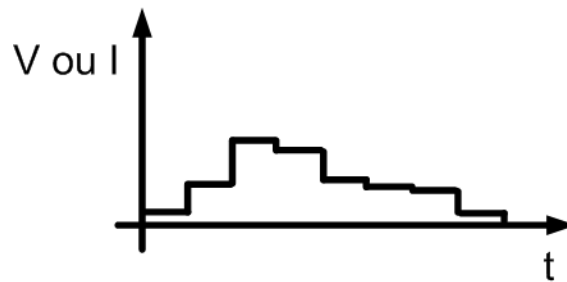
- En électronique analogique les valeurs exactes sont importantes:
  - On veut connaître la valeur “exacte” des tensions
  - On veut connaître la valeur “exacte” des courants
- En temps continu, on veut connaître les valeurs en tout temps
  - Au temps 0s
  - Au temps 0.001s
  - Au temps 0.002s (même entre ces instants)

# Analogique et Numérique

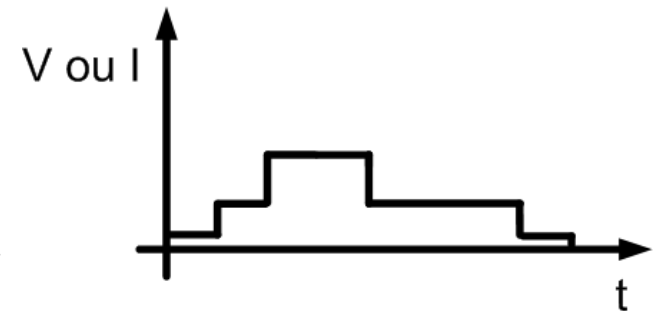
- Les systèmes digitaux ont 2 caractéristiques:
  - Temps discret: on ne regarde la valeur qu'une fois de temps en temps
  - Valeur quantifiée: on n'a pas besoin d'être infiniment précis (il y a des plages de valeurs)



Temps continu



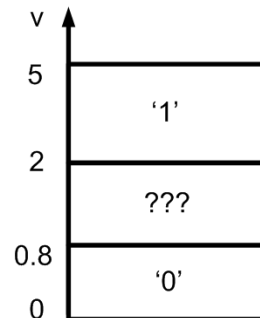
Temps discret



Numérique

# Analogique et Numérique

- Dans un système digital, il y a un nombre bien déterminé de plages de valeurs:
- Dans un cas simple, on a 2 niveaux. Ex:
  - 0v à 2.5v sera '0'
  - 2.5v à 5v sera '1'
- Il existe d'autres conventions:
  - Par exemple, en TTL, les '0' et '1' sont définis comme ceci



# Analogique et Numérique

- On sait qu'il existe plusieurs conventions pour déterminer '0' et '1'
  - Dans ce cours, on ne se préoccupe pas des détails
  - On va simplement dire '0' ou '1' sans savoir les valeurs exactes des tensions et des courants
- Chaque chiffre de '0' ou '1' est appelé un bit (**B**inary **digIT**)



# Analogique et Numérique

- Avec un bit, on peut avoir '0' ou '1'
- En collant 2 bits ensemble, on peut avoir "00", "01", "10" et "11" ...
  - En ajoutant plus de bits, on a plus de valeurs possibles
- C'est la même chose avec les nombres décimales:
  - Un chiffre va de 0 à 9
  - Deux chiffres vont de 0 à 99...

# Analogique et Numérique

À force de se servir des nombres binaires, on arrive souvent à se rappeler des correspondances jusqu'à 4 bits.

Ce serait un bon objectif d'apprentissage...

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

# Analogique et Numérique

- Est-ce qu'il existe seulement les bits et les nombres décimales?
  - Non. Il existe une infinité de "bases"
- Une base définit le nombre de valeurs possibles
- Une base binaire dit qu'il y a 2 valeurs possibles (0 et 1)
- Une base décimale dit qu'il y en a 10...

# Les bases

- Il y a une infinité de bases, mais certaines nous intéressent particulièrement
  - Base 2: binaire
  - Base 10: décimale
  - Base 8: Octale
  - Base 16: Hexadécimale

Commecons par les décimales qu'on connait bien...

# Décimal

- On est habitué à s'exprimer en nombres décimales: 132, 2, 21, 0.7, etc.
  - Chaque chiffre a une signification
  - On le prend souvent pour acquis...
- Dans 132, “1 est avant 3 qui est avant 2”
  - 1 représente les centaines ( $\times 10^2$ )
  - 3 représente les dizaines ( $\times 10^1$ )
  - Et 2 représente les unités ( $\times 10^0$ )
  - Donc,  $1 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 132$

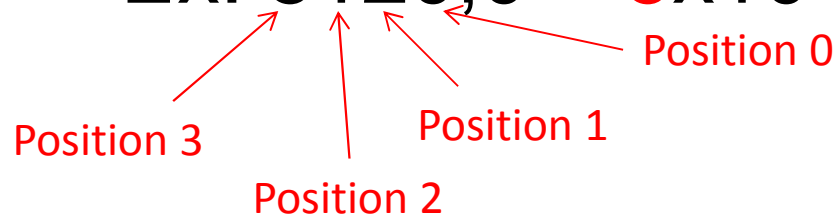
On fait cette opération sans s'en rendre compte...

# Décimal

- On peut formaliser le processus en faisant l'opération suivante:

- 1) On repère la virgule délimitant les décimales
- 2) L'élément à la gauche est la position 0
- 3) Son poids est  $10^0$
- 4) À sa gauche, c'est l'élément 1: son poids est  $10^1$
- 5) À sa gauche, c'est l'élément 2: son poids est  $10^2$
- 6) ...

- Ex:  $5120,0 = 5 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 0 \times 10^0$



# Décimal

- On remarque que le chiffre est toujours multiplié par  $10^x$ , où  $x$  est la position
  - $10^0, 10^1, 10^2, 10^3 \dots$
- Le 10 est là parce qu'on est en base 10
  - Si c'était en base 2, on aurait mis  $2^x$
- Par exemple:
  - En binaire, 1101 serait  $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$

# Binaire

- En décimale, il existe 10 valeurs de 0 à 9
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9...
  - Une fois arrive à 9, ça recommence à 0
  - Le chiffre à sa gauche augmente de 1: 10
  - Et le cycle continue: 10, 11, 12, 13, 14...
- En binaire, il existe 2 valeurs de 0 à 1
  - 0, 1
  - Une fois arrive à 1, ça recommence à 0
  - Le chiffre à sa gauche augmente de 1: 10
  - Et le cycle continue: 10, 11, 100, 101, 110,...



# Binaire

- En binaire, ça commence à 0 et puis ça monte à 1... même chose avec le décimal
  - Donc, 0 binaire correspond à 0 en décimale
  - Et 1 binaire correspond à 1 en décimale
- Par la suite, en binaire, ça devient 10:
  - Donc, 10 binaire représente 2 en décimale
  - Et 11 binaire représente 3 en décimale
  - Il est donc possible de trouver une correspondance entre binaire et décimale

# Binaire

- Pour connaître la valeur d'un nombre binaire, on utilise la méthode précédente
- Pour trouver les valeurs décimales, nous avons procédé comme suit:
  - Ex:  $132 = 1 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$
  - Rappel: 10 c'est la base décimale

On peut faire la même chose pour le binaire...

# Binaire

- En binaire, on est en base 2:
  - On aura  $2^x$  à la place de  $10^x$
- Donc, pour traduire 1101, il faudrait:
  - Identifier la virgule et savoir que les bits seront associés à  $2^3$ ,  $2^2$ ,  $2^1$  et  $2^0$ ...
  - $1101 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
  - Ça se traduit en  $8+4+1=13$
  - Donc, 1101 en binaire c'est 13 en décimale

# Exemple (seul)

- Convertissez 10111 du binaire en décimale

# Exemple (seul)

- 10111: il y a 5 chiffres a gauche de la virgule
  - De gauche à droite, il y aura:  $2^0$ ,  $2^1$ ,  $2^2$ ,  $2^3$  et  $2^4$
  - Donc  $1x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$
- En faisant les calculs simples, on obtient:

$$16+4+2+1=23$$

# Binaire

- Il existe un truc pour faciliter le travail
  - On peut voir que  $2^0=1$ ,  $2^1=2$ ,  $2^2=4$ ,  $2^3=8$ ,  $2^4=16$ , ...
  - Et on continue à doubler à chaque fois
- À la place d'écrire l'équation au long, cette méthode pourrait être plus rapide:
  - Survoler le nombre binaire et mettre 1, 2, 4, 8, 16... à côté de chaque chiffre correspondant
  - Si on voit '1', on ajoute la valeur à la somme
  - Si on voit '0', on passe au suivant sans rien faire

Illustrons ca avec un exemple...

# Exemple

- Convertissez 11001 du binaire en décimale

# Exemple

- On commence par mettre les valeurs:

16	8	4	2	1
1	1	0	0	1

- Il y a '1' a côté de 1, 8 et 16..
  - On les additionne ensemble:  $1+8+16=25$
  - Donc, 11001 est égal a 25 en décimal



# Octal et hexadécimal

- En plus du décimale et du binaire, on s'intéresse aussi à 2 autres bases..
  - Octal et hexadécimal
- Octal (base 8): valeurs allant de 0 à 7
  - 0,1,2,3,4,5,6,7,10,11,12,13,14,15,16,17,20...
- Hexadécimal (base 16): valeurs allant de 0 à F
  - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,10,11,12,13,14...
  - A est égal à 10, B est égal à 11...

On utilise la même technique que tantôt:  $2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = \dots$

# Pourquoi octal et hexadécimal?

- On est habitué aux décimales depuis qu'on est jeune: ça justifie la base 10
- Les ordinateurs utilisent 0 et 1: ça justifie la base 2
- Pourquoi base 8 et base 16?

# Pourquoi octal et hexadécimal?

- À l'aide de 1 bit, on va de 0 à 1
  - Base 2
- À l'aide de 2 bits, on va de 0 à 3
  - Base 4
- À l'aide de 3 bits, on va de 0 à 7
  - Base 8 (octal)
- À l'aide de 4 bits, on va de 0 à 15
  - Base 16 (hexadécimal)

# Pourquoi octal et hexadécimal?

- Pensez aux nombres décimales qui vont de 0 à 9
  - On a besoin de 4 bits
  - Cependant, 4 bits peuvent représenter jusqu'à 15
  - On "gaspille" donc les nombres 10 à 15...
- Les nombres hexadécimaux sont "optimales"
  - Ils utilisent tous les bits à leurs pleins potentiels
  - Avec 3 bits, l'optimal, c'est la base 8 (octal)

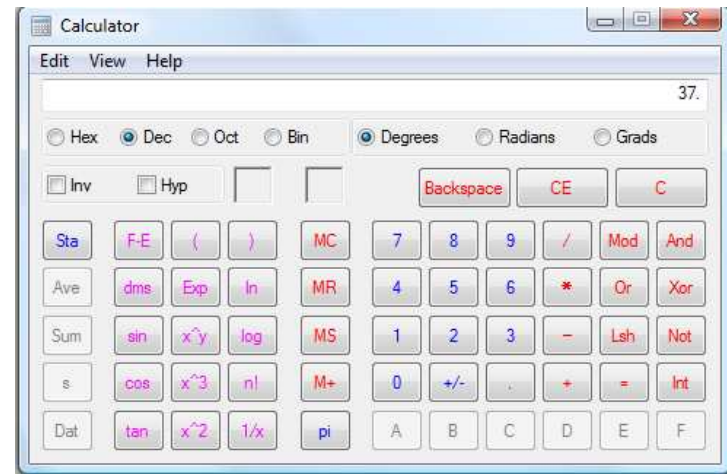
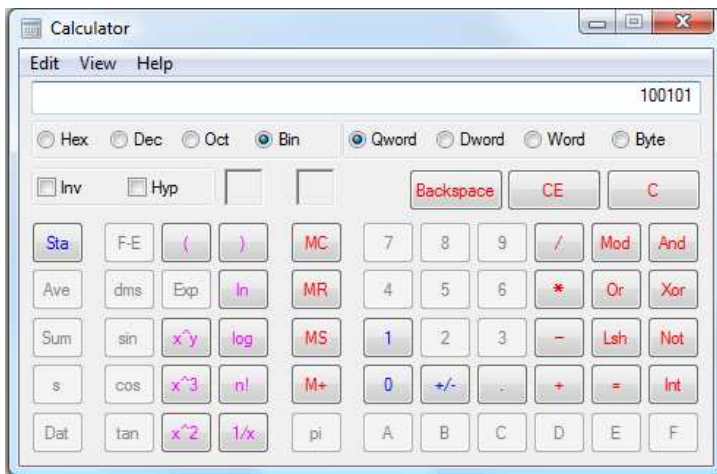
# Choses pratiques a savoir

- Information sur le nombre de valeurs et la valeur maximale
- Pour un nombre de  $n$  bits...
  - Il y a  $2^n$  valeurs possibles
  - La valeur maximale est  $2^n - 1$
- Donc...
  - Avec 1 bit, il y a 2 valeurs allant de 0 a 1
  - Avec 2 bits, il y a 4 valeurs allant de 0 a 3
  - Avec 3 bits, il y a 8 valeurs allant de 0 a 7

Familiarisez-vous avec ca...

# Choses pratiques a savoir

- La calculatrice peut nous aider:
  - On se met en binaire
  - On entre le chiffre qu'on veut convertir
  - On pèse sur décimal
  - La conversion est automatique



Note: Il faut être en mode "scientific"

# Exemple (seul)

- Convertissez 24 (octal) en décimal
- Et convertissez 7A (hexa) en décimal

# Exemple (seul)

- On utilise la même méthode que tantôt
- En octal, on a 24:
  - $2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 20$  en décimal
- En hexadécimal, on a 7A:
  - $7 \times 16^1 + A \times 16^0$
  - Il faut juste se rappeler que  $A=10$ ...
  - $7 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 122$

C'est une bonne idée de vérifier avec la calculatrice...



# Différentes bases

- Il peut souvent y avoir confusion dans la notation:
  - Par exemple: “Convertissez 101 en décimale”
  - 101 est exprimé en quelle base?
- On voit donc la nécessité de SPÉCIFIER la base
- On met les valeurs entre parenthèses et un petit chiffre pour la base:
  - $(101)_2$ ,  $(101)_8$ ,  $(101)_{10}$  ou  $(101)_{16}$ ...

# Conversion inverse

- On sait comment interpréter les valeurs en bases diverses
  - Ex: “ $(1011)_2$  est égal a quoi en décimale?”
  - Trouver la virgule et identifier les poids
  - Multiplier par le poids et additionner...
- Sommes-nous capables de faire l'opération inverse?
  - Comment représenter  $(72)_{10}$  en binaire?

# Conversion inverse

- Dans un exemple précédent, on a pris  $(11001)_2$  et on l'a convertit en  $(25)_{10}$ 
  - On a fait  $1x2^4+1x2^3+0x2^2+0x2^1+1x2^0$
  - On a utilisé la multiplication
- La question est “avec  $(25)_{10}$ , comment trouver  $(11001)_2$ ?”
  - On utilise la division!

# Division progressive

- L'approche est de diviser progressivement par la base:
  - On divise les quotients par la base jusqu'à ce que le quotient soit 0 (avec un reste)
  - Les valeurs de reste deviendront notre réponse
- Pour un nombre binaire, c'est la base 2:

Reste= bit0                      Reste= bit1                      Reste= bit2

Nombre  $\div 2 \rightarrow$  Quotient  $\div 2 \rightarrow$  Quotient  $\div 2 \dots$

# Division progressive

- On pourrait résumer la technique de la façon suivante:
  - 1) Diviser par la base et le reste donne la valeur du bit
  - 2) Prendre le quotient et diviser par la base
  - 3) Examiner le reste (donne la valeur du bit)
  - 4) Repeter les etapes 2) et 3) jusqu'a ce qu'on ait fini

Important: Le dernier chiffre est le chiffre le plus significatif (on lit a « l'envers »)

# Exemple

- Convertissez  $(25)_{10}$  en binaire.

# Exemple

- On commence par diviser 25 par 2:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 2 \\ \hline & 12 \text{ Reste } 1 \end{array}$$

Bit0='1'

- On divise 12 par 2:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline & 6 \text{ Reste } 0 \end{array}$$

Bit1='0'

# Exemple

- On divise 6 par 2:

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline & 3 \end{array} \text{ Reste } 0$$

Bit2='0'

- On divise 3 par 2:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline & 1 \end{array} \text{ Reste } 1$$

Bit3='1'

- On divise 1 par 2:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline & 0 \end{array} \text{ Reste } 1$$

Bit4='1'

- Le résultat est: 11001



# Exemple (seul)

- Convertissez  $(123)_{10}$  en hexadécimal (base 16)

# Exemple (seul)

- On divise 123 par 16
  - Le quotient est 7 et le reste est 11 (ou B)
- On divise 7 par 16
  - Le quotient est 0 et le reste est 7
- La représentation hexadécimale est donc  $(7B)_{16}$ 
  - Vérifiez à l'aide de votre calculatrice

# Nombres fractionnaires

- Avec les nombres décimales, il existe des parties entières et fractionnaires
- On peut aussi utiliser des fractions en binaire

101,011

- Le poids à gauche de la virgule c'est  $2^0$
- Le poids à droite de la virgule c'est  $2^{-1}$

# Nombres fractionnaires

- Donc, on pourrait identifier le poids de chaque terme et faire la somme

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 2 & 1 & 1/2 & 1/4 & 1/8 \\ 1 & 0 & 1 & , & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

- Le résultat est  $4+1+1/4+1/8=5.375$
- Malheureusement, la calculatrice ne peut pas nous aider ici

# Nombres fractionnaires

- On est capable de faire une conversion de binaire fractionnaire en décimale
  - Sommes-nous capable de faire la conversion inverse?
- On l'avait fait avec les nombres entiers:
  - Division progressive
  - Le faire avec les fractions n'est pas évident

Par exemple, comment convertir  $(0.625)_{10}$  en binaire?

# Nombres fractionnaires

- Une façon est de faire des multiplications successives par 2
  - Si le résultat est plus que 1, on note '1'
  - On soustrait 1 de ce résultat
  - Si le résultat était moins que 1, on note '0' (on ne soustrait pas)
  - On multiplie par 2 et on répète...
- Les chiffres qu'on note nous donnent le nombre binaire après la virgule

# Nombres fractionnaires

- Donc, pour 0.625, on le multiplie par 2
  - $0.625 \times 2 = 1.25$
  - Le premier bit est 1... On le note et on soustrait 1
  - On poursuit avec une multiplication par 2
  - $0.25 \times 2 = 0.5$
  - Le deuxième bit est 0... On le note
  - On le multiplie par 2
  - $0.5 \times 2 = 1...$  Le 3e bit est 1 et on a fini...

$$(0.101)_2 = (0.625)_{10}$$

# Exemple (seul)

- Trouvez la valeur de 6.25 en binaire.



# Exemple (seul)

- Les parties entières et fractionnaires se font à part (différentes methodes)
- Pour le 6:

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline & 3 \\ & \text{Reste } 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{r} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 110.$$
$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline & 1 \\ & \text{Reste } 1 \end{array}$$
$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline & 0 \\ & \text{Reste } 1 \end{array}$$

# Exemple (seul)

- Pour la partie fractionnaire, on prend 0.25:
  - On multiplie par 2: 0.5. L'entier est 0...
  - On multiplie encore par 2: 1. L'entier est 1
  - On soustrait 1 et il ne reste plus rien
- Donc:  $(0.25)_{10} = (0.01)_2$
- Résultat final:  $(6.25)_{10} = (110.01)_2$

# Nombres signés

- On sait comment représenter les chiffres en différentes bases
  - Binaire, octal, hexadécimal, etc.
- En binaire, on sait par exemple que  $(3)_{10}$  c'est  $(0011)_2$ 
  - Mais comment représenter les nombres négatifs?
- La norme est de mettre “-” devant le nombre
  - Comment exprimer ‘-’ avec des 0 et 1??

# Nombres signés

- Il existe 3 façons de représenter les nombres signés:
  - Signe-magnitude
  - Complément à 1
  - Complément à 2
- Dans les 3 cas, quand c'est positif, la représentation est la même
  - La même qu'en non-signé, en fait
  - C'est quand c'est négatif que ça diffère

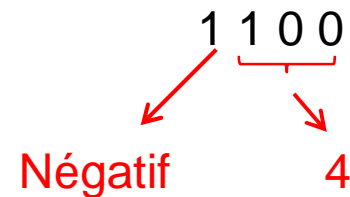
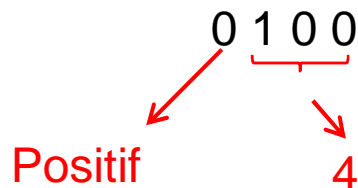
Le bit le plus à gauche nous dit si c'est négatif ou pas

# Nombres signés

- Le bit à gauche fonctionne de la façon suivante:
  - Si c'est '1', le reste du chiffre est négatif
  - Si c'est '0', le reste du chiffre est positif
- Selon la représentation choisie, il resterait à connaître l'amplitude

# Nombres signés

- En “signe-magnitude”, les autres bits représentent l’amplitude
- Donc, pour représenter un nombre en signe-magnitude:
  - On exprime l’amplitude du chiffre
  - Par la suite, on ajoute un bit à gauche (0 pour dire positif et 1 pour dire négatif)



# Exemple

- Exprimez  $(-3)_{10}$  et  $(3)_{10}$  en utilisant la convention signe-magnitude avec 3 bits

# Exemple

- Pour exprimer en signe-magnitude, on commence par exprimer l'amplitude: 11
- Par la suite, on ajoute un bit à gauche pour indiquer le signe:
  - $(3)_{10} = (011)_2$
  - $(-3)_{10} = (111)_2$

Mais  $(111)_2$  pourrait aussi représenter le chiffre 7, non?



# Nombres signés

- Il faudrait donc savoir 2 choses:
  - Si c'est un nombre SIGNÉ ou pas (est-ce qu'il est toujours positif ou peut-il être négatif aussi?)
  - Le nombre de bits
- Un nombre qui peut seulement être positif est un nombre non-signé (*unsigned*)
  - Pour 4 bits, le nombre le plus petit est 0000 (0)
  - Et le nombre le plus gros est 1111 (15)

# Nombres signés

- Pour un nombre signé en signe-magnitude
  - Un bit est le signe
  - Le reste est l'amplitude
- En 4 bits, min/max sont donc  $-/+ 2^3$ 
  - Le plus petit chiffre est 1111 (-7)
  - Et le plus gros chiffre est 0111 (7)
- Note: 0000 et 1000 représentent 0 et -0...
  - On gaspille donc un des nombres parce qu'il existe 2 fois le nombre 0

On ne peut pas exprimer les valeurs plus élevées que 7 avec 4 bits en signe-magnitude

# Exemple

- En utilisant la notation en signe-magnitude
  - Remplissez le tableau suivant en utilisant des nombres binaires de 3 bits

Décimales	Signe-magnitude
-3	
-2	
-1	
-0	
0	
1	
2	
3	

# Exemple

- On commence par mettre les amplitudes
- Par la suite, on ajoute les signes

Décimales	Signe-magnitude
-3	111
-2	110
-1	101
-0	100
0	000
1	001
2	010
3	011

# Exemple (seul)

- Pour des nombres “signe-magnitude”,  
quelles sont les valeurs décimales de
  - 2 bits:  $(11)_2$
  - 3 bits:  $(011)_2$
  - 3 bits:  $(111)_2$

# Exemple (seul)

- Si c'est en signe-magnitude, on aurait:
  - $(11)_2: (-1)_{10}$
  - $(011)_2: (3)_{10}$
  - $(111)_2: (-3)_{10}$

# Complément à 1

- Il existe aussi d'autres façons d'exprimer les nombres négatifs
- Une approche s'appelle le complément à 1
  - De façon plus générale, on l'appelle le complément à  $(N-1)$  ( $N$  est la base)
  - En base 2, c'est le complément à 1
- La technique c'est de prendre le plus gros chiffre et de soustraire notre amplitude

# Complément à 1

- Par exemple, avec 4 bits, le plus gros chiffre c'est  $(1111)_2$
- Si je voulais représenter  $(-6)_{10}$  en complément à 1:
  - Mon amplitude est 0110
  - Je prends 1111 et je soustrais ce 0110: 1001
  - Donc, en complément à 1, -6 est égal à  $(1001)_2$
  - +6 est représenté bien normalement: 0110



# Exemple

- Représentez 4 et -4 en complément à 1 avec 4 bits

# Exemple

- On commence par prendre l'amplitude qui est de 4:  $(0100)_2$
- Si j'étais positif, je m'exprime encore de la même manière:  $(4)_{10}=(0100)_2$
- Pour -4, je dois continuer à manipuler:
  - Le plus gros chiffre c'est  $(1111)_2$
  - $1111-0100=(1011)_2$

Note: on obtiendrait le même résultat en inversant les bits:  $0 \leftrightarrow 1$   
 $(4)_{10}=(0100)_2 \leftrightarrow (-4)_{10}=(1011)_2$

# Exemple (seul)

- Trouvez le complement à 1 de 6 et -6 avec 5 bits

# Exemple (seul)

- On commence avec l'amplitude de 6 et de -6 avec 5 bits: 00110
  - Le nombre le plus eleve avec 5 bits: 11111
  - On soustrait:  $11111 - 00110 = 11001$
- On utilisant le truc, on inverse les bits:
  - 6: 00110
  - -6: 11001

# Redondance +0 et -0

- Avec notre truc, la conversion en complément à 1 devient plus simple:
  - Pour -9, on trouve 9: 01001 et on inverse: 10110
  - Pour -5, on trouve 5: 00101 et on inverse: 11010
- Pour 0, on trouve 0: 00000 et on inverse 11111
  - Encore ici, on se retrouve avec des cas redondants... Il y a 2 façons d'écrire 0!

# Complément à (N-1)

- Le complément à 1 c'est pour les nombres binaires
- De façon générale, c'est le complément à N-1
  - Ici notre base était 2, donc N-1 est 1...
- Ça se fait aussi avec d'autres bases
  - En décimale, base 10, c'est le complément à 9
  - Allons voir un exemple...

# Exemple

- Trouvez le complément à 9 de -32 en utilisant 4 chiffres:
  - On commence par prendre l'amplitude de -32: 32
  - Le chiffre le plus gros avec 4 chiffres est 9999
  - -32 nous donnerait  $9999 - 0032 = 9967$
  - Le complément à 9 de -32 est donc 9967...

# Exemple (seul)

- En utilisant la notation complément à 1
  - Remplissez le tableau suivant en utilisant des nombres binaires de 3 bits

Décimales	Complément à 1
-3	
-2	
-1	
-0	
0	
1	
2	
3	



# Exemple (seul)

- On commence par mettre les amplitudes
- Par la suite, on inverse (au besoin)

Décimales	Complément à 1
-3	011 → 100
-2	010 → 101
-1	001 → 110
-0	000 → 111
0	000 → 000
1	001 → 001
2	010 → 010
3	011 → 011

# Complément à 2

- Le problème avec le complément à 1 et signe-magnitude:
  - Il existe +0 et -0 qui devraient être égaux
  - On “gaspille” 2 valeurs pour représenter 0
- Pour résoudre le problème, on présente le complément à 2
- Pour parler du complément à 2 on commence par le complément à 1...

# Complément à 2

- On sait que 0000 représente +0 et 1111 représente -0
  - 1) Si j'ajoutait 1 au complément à 1, j'obtiendrais 10000
  - 2) Si je considère que 4 bits, j'obtiendrais 0000
- On appelle ça complément a 2...
  - 1) Faire le complément à 1
  - 2) Ajouter 1
  - 3) Négliger l'élément de gauche si ça dépasse le nombre de bits

# Exemple

- Trouvez le complément à 2 de -5 avec 4 bits
  - On commence par convertir 5 en binaire: 0101
  - Par la suite, on inverse: 1010 (complément à 1)
  - Pour avoir le complément à 2, on ajoute 1:
  - Le résultat devient 1011

# Complement à 2

- Il y a 2 avantages à utiliser le complément à 2:
  - +0 et -0 deviennent le même
  - Les manipulations se font sans complications (on va le voir bientôt)

# Complément à N

- Complément à 2 c'est pour les nombres binaires
  - Il existe l'équivalent pour les autres bases aussi...
  - C'est le complément à N, ou N est la base
- En décimale, c'est le complément à 10
  - Ça se fait en trouvant le complément à 9 et en ajoutant 1

# Exemple

- Trouvez la valeur de -4 en complément à 10 avec 4 chiffres:
  - L'amplitude de -4 c'est 4
  - Le plus gros chiffre en 4 bits c'est 9999
  - $9999 - 4 = 9995$  (complément à 9)
  - Le complément à 10 sera donc 9996

# Exemple

- Calculez 067-033 en utilisant le complément à 10:
  - On commence par calculer le complément à 9:  
 $999-033=966$
  - On additionne 1: 967 (complément à 10)
  - On additionne maintenant les 2 chiffres:  $067+967$
  - Le résultat est 1034, mais on ne garde que 3 chiffres: 34
  - Le fait d'avoir un nombre moins que 5 à gauche dit que c'est positif (034)



# Exemple (seul)

- Calculez 067-098 en utilisant le complément à 10

# Exemple (seul)

- On commence par calculer le complément à 9:  $999-098=901$ 
  - On additionne 1: 902 (complément à 10)
  - On additionne maintenant les 2 chiffres:  $067+902$
  - Le resultat est 969... il n'y a que 3 chiffres
  - Le fait de ne PAS avoir de retenue à gauche indique que c'est NÉGATIF...
  - On peut retrouver la "vraie" valeur en faisant la meme opération:  $999-969+1=31...$  donc -31

# Resume

- Des nombres peuvent être:
  - Non-signés: de 0 jusqu'au maximum
  - Signe-Magnitude: 1 bit de signe et le reste représente l'amplitude
  - Complément à 1: soustraire l'amplitude du nombre négatif de la valeur maximum
  - Complément à 2: Faire le complément à 1 et ajouter 1 à la solution
- Le complément à 2 est le plus efficace:
  - Il va de -8 a +7.. parce qu'il a un seul 0

Signe

