6GEI420 - Systèmes Digitaux

Examen Partiel

Hiver 2010

Modalité:

- Vous avez droit à une calculatrice non programmable.
- La durée de l'examen est de 2h45.
- Cet examen compte pour 25% de la note finale.

Question 1. Questions théoriques. *(12 points)*

a) Expliquez de quoi aurait l'air une table de Karnaugh à 5 variables et comment les simplifications se feraient. *(1 point)*

La table de karnaugh a 5 elements c'est 2 tables de 4 elements superposes l'un sur l'autre. Les simplifications peuvent se faire sur chaque table a 4 element de facon separee ou d'une table a l'autre.

b) Quelle est la différence entre un additionneur complet et un demi-additionneur? *(1 point)*

L'additionneur complet a un « carry-in » qui est une retenue a l'entree

c) Quel est le complément à 9 de 701? *(1 point)*

999-701=298

d) Qu'est-ce que fait un décodeur? Quels sont les signaux en entrée et en sortie ? *(1 point)*

Un decodeur recoit N bits a l'entree et 2^N bits a la sortie. Les N bits a l'entree nous disent lequel des 2N bits a la sortie on doit mettre a 1. Le reste des sorties sont 0.

e) Qu'est-ce que fait un multiplexeur? Quels sont les signaux en entrée et en sortie ? *(1 point)*

Un multiplexeur est un selectionneur. Il selectionne lequel des entrees sera connecte a la sortie.

f) Pourquoi dit-on que c'est interdit d'activer les entrées S et R en même temps dans une bascule SR ? Qu'arriverait-il si ca se produisait ? *(1 point)*

Il est interdit parce que les sorties, qui sont Q et Q', ne seront plus des complements. On obtiendrait soit Q=0 Q'=0 ou Q=1 et Q'=1.

g) Expliquez l'additionneur à propagation de retenue et l'additionneur à anticipation de retenue (« look-ahead »). Quel est le gros avantage de l'anticipation de retenue? *(1 point)*

L'additionneur a propagation de retenue est le plus lent. Il doit envoyer sa retenue de sortie d'un etage a l'autre. Celui par anticipation de retenue utilise un circuit qui accelere le calcul de la retenue. De cette facon, on n'a pas besoin d'attendre que la retenue passe par tous les etages. Cet additionneur est donc plus rapide.

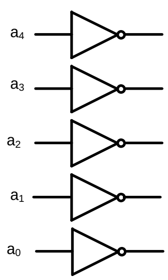
h) Est-ce que $\overline{a \cdot b}$ est égal a $\overline{a} \cdot \overline{b}$? Pourquoi ? *(1 point)*

Ils ne sont pas egaux. Selon DeMorgan, ca devrait etre $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$. On sait que ceci n'est pas egal a $\overline{a} \cdot \overline{b}$.

i) À quoi sert l'entité dans un programme VHDL? Quelle information y est spécifiée? *(1 point)*

L'entite dans le VHDL sert a definir les entrees et les sorties.

j) Dessinez un circuit qui fait le complément à 1 d'un nombre de 5 bits *(1 point)*



k) Expliquez les différences et les similitudes entres les bascules SR, les bascules SR avec « enable » et les bascules D. *(1 point)*

Les bascules SR ont une entree qui met la sortie a 1 et une entree qui met la sortie a 0. Ceci est actif en tout temps. On pourrait bloquer l'effet en desactivant le ENABLE. La bascule D contient un ENABLE mais n'a qu'une seule entree qui est D. Si D est 1, la sortie sera 1 si ENABLE le permet.

l) Dans les tables de Karnaugh, pourquoi veut-on que l'ordre soit 00, 01, 11, 10? *(1 point)*

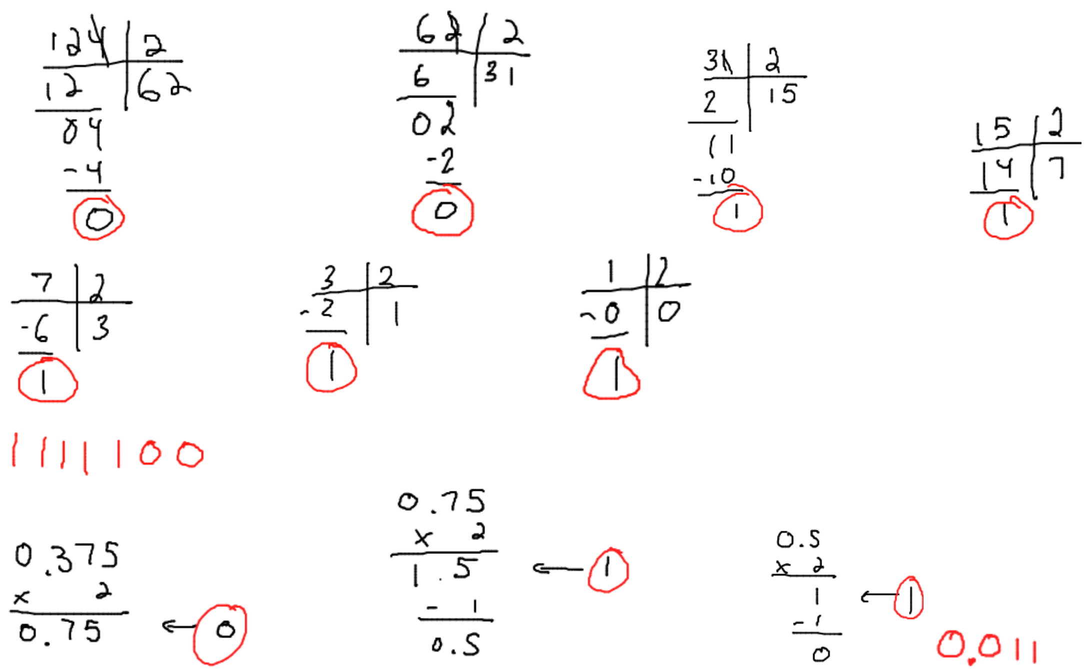
Les valeurs sont mises de cette manière pour que 2 cases adjacentes aient TOUJOURS UN SEUL bit qui change de valeur. De 00 a 01, c'est le bit de droite qui change. De 01 a 11, c'est le bit de gauche qui change. Et ainsi de suite. Si on avait 00, 01, 10, 11… Les cases 01 et 10 auront les 2 valeurs qui changent en meme temps. On ne veut pas avoir ca pour les tables de Karnaugh.

Question 2. Bases de nombres *(12 points)*

En identifiant clairement TOUTES vos démarches, faites les conversions suivantes :

a) Convertissez $(124{,}375)_{10}$ en base 2 (binaire) *(4 points)*

On commence avec le 124 :



La reponse est donc 1111100.011

b) Convertissez $(234)_{12}$ en base 10 (décimale) *(4 points)*

$$4\times12^{0}+3\times12^{1}+2\times12^{2}=328$$

Additionnez les nombres à 3 bits (signés en complément à 2) suivants et dites s'il y a « overflow » ou pas. Donnez la valeur finale en 3 bits pour chacun et indiquez leur valeur décimale à côté.

c) $(101)_2 + (101)_2$ *(2 points)*

Le bit a gauche est 1, ca indique que c'est negatif. Allons faire le complement a 2 : ca fait -3. Donc, on additionne -3 + -3 ensemble, ce qui donne -6. Avec 3 bits, on devrait etre en mesure d'aller de -4 jusqu'à 3. On va surement se retrouver avec un overflow.

```
 1 0 1
   1 0 1
 + 1 0 1
   0 1 0
```

La retenue qui entre au dernier etage est different de celui qui sort. C'est evidemment pas bon… en plus que ca nous donne une reponse de 2…

d) $(011)_2 + (110)_2$ *(2 points)*

Le chiffre a gauche est positif…c'est 3. Celui a droite est negatif. C'est egal a -2. On devrait se retrouver avec 1, ce qui est dans la limite permise.

```
 1 1
  0 1 1
+ 1 1 0
  0 0 1
```

Les 2 retenues sont pareilles. On n'a pas de overflow. Et justement, la reponse est 1.

e) Exprimez $(-4)_{10}$ sous forme de complément à 1, complément à 2 et signe-et-magnitude. *(2 points)*

On commence par dire que 4 s'ecrit comme 0100 en binaire.
En signe-et-magnitude, on met un 1 devant : 1100
En complement a 1, on inverse les bits : 1011
En complement a 2, on ajoute 1 au complement a 1 : 1100.

f) Avec 3 bits signes, quelles sont les valeurs maximale (positive) et minimale (négative) que nous pouvons obtenir si nous utilisions le signe-et-magnitude ? Le complément à 1 ? Et le complément à 2 ? *(2 points)*

Pour le voir, on commence par dire que le 1 a gauche dit que c'est negatif. Avec 3 bits, on peut avoir les chiffres suivants :
000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 et 111. Donc, dans le negatif, on aurait 100, 101, 110 et 111 et le reste serait dans le positif. Dans le positif, le plus gros chiffre est 3. Donc, la valeur maximum va etre 3. Dans le negatif, on a 100, 101, 110 et 111.

En signe et magnitude, 100=-0, 101=-1, 110=-2 et 111=-3…
En complement a 1, 100=-3, 101=-2, 110=-1 et 111=-0…

En complement a 2, 100=-4, 101=-3, 110=-2 et 111=-1

Le signe-et-magnitude va de -3 a +3
Le complement a 1 aussi va de -3 a +3
Le complement a 2 va de -4 a +3

Question 3. Logique de Boole et table de Karnaugh *(14 points)*

a) Concevez un système qui détecte les nombres primes entre 0 et 9. Les autres valeurs (10 a 15) ne seront jamais présents a l'entree. En d'autres mots, implémentez la fonction $F(a,b,c,d)=\sum(2,3,5,7)$. Simplifiez l'expression en utilisant la table de Karnaugh. *(5 points)*

ab \ cd	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	
11	X	X	X	X
10			X	X

$F=bd+\bar{b}c$

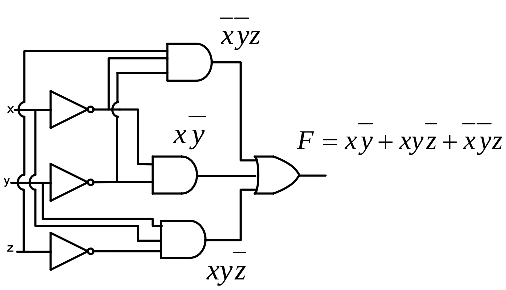
b) Avec la logique de Boole, simplifiez cette expression le plus possible :
$x(\bar{y}+z)+\bar{x}y+x\bar{z}$ *(2 points)*

$$x\bar{y}+xz+\bar{x}y+x\bar{z}$$
$$x\bar{y}+\bar{x}y+x(z+\bar{z})$$
$$x\bar{y}+\bar{x}y+x$$
$$\bar{x}y+x$$

Considérez l'équation suivante : $F=x\bar{y}+xy\bar{z}+\bar{x}\bar{y}z$

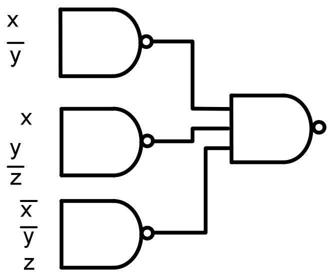
c) Dessinez le circuit. *(2 points)*

d) Implémentez le circuit seulement avec des NON-ET et des inverseurs. *(2 points)*



$$F=\overline{\overline{\overline{x\bar{y}}+\overline{xy\bar{z}}+\overline{\bar{x}\bar{y}z}}}$$

$$F = \left(\overline{x\bar{y}}\right)\bullet\left(\overline{xy\bar{z}}\right)\bullet\left(\overline{\bar{x}\bar{y}z}\right)$$



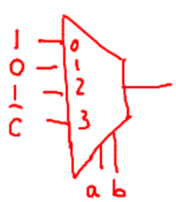
Question 4. Circuits Combinatoires

Considérez le système suivant :

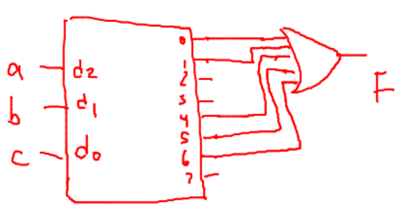
$$F(a,b,c) = \sum(0,1,4,5,6)$$

a) Implémentez cette fonction avec un multiplexeur 4-a-1. *(2 points)*

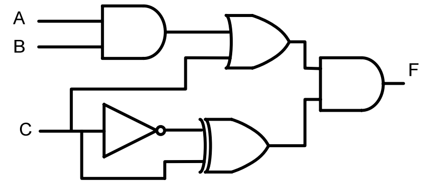
a	*b*	*c*	*F*
0	*0*	*0*	*1*
0	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*1*
1	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*1*
1	*1*	*1*	*0*

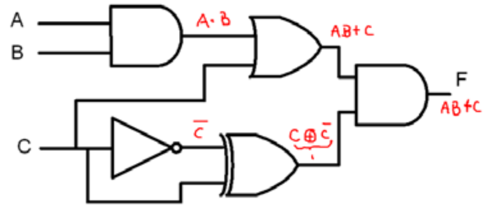


b) Implémentez cette fonction avec un décodeur 3-a-8 et des portes logiques. *(2 points)*



c) Faites le tableau de vérité de la fonction F ci-dessous.

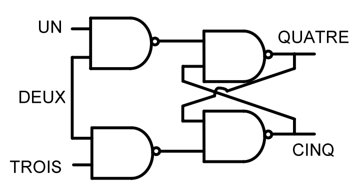




a	b	c	ab	ab+c
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

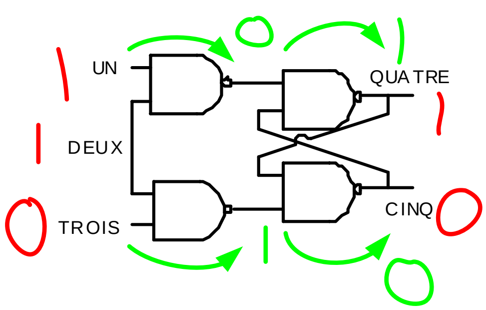
Question 5. Les bascules

Considérez le circuit suivant:

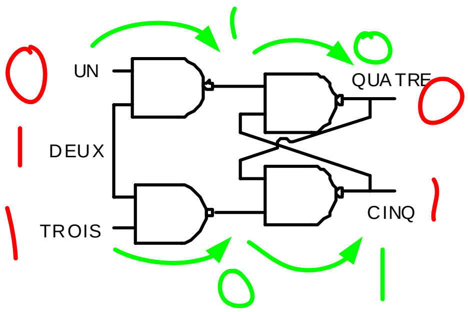


Quelle sont les valeurs finales de QUATRE et CINQ si

a) UN=1, DEUX=1, TROIS=0 et que, initialement, QUATRE=1 et CINQ=0 ?



b) UN=0, DEUX=1, TROIS=1 et que, initialement, QUATRE=0 et CINQ=1 ?



c) Si QUATRE est la sortie Q de la bascule et que CINQ était la sortie Q’, déterminez lequel des 3 entrées est S, R et ENABLE. *(2 points)*

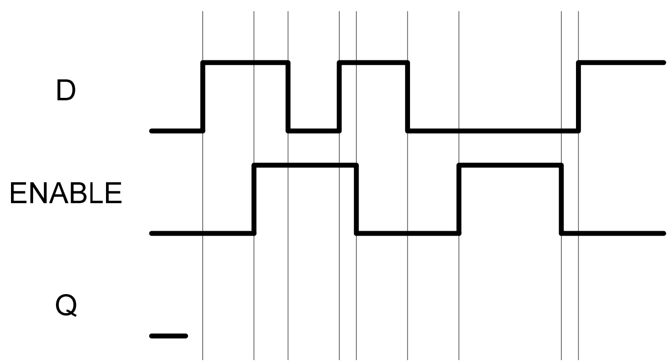
On voit que DEUX affecte les 2 entrees. Il doit certainement etre le ENABLE puisque les 2 autres entrees n’affectent pas les 2.
Donc c’est soit UN ou soit TROIS qui doit etre S et l’autre doit etre R.

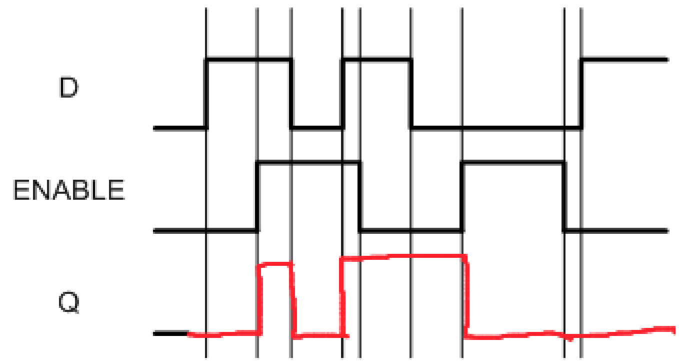
Si QUATRE est Q, on sait que l’entree en UN=1 TROIS=0 donne Q=1. On verrait donc que UN est S et que TROIS est R.

On pourrait se poser la question : « est-il possible que la logique soit active-a-zero ? » C’est-a-dire, est-ce possible que ce soit un zero a S qui mettrait la sortie Q a 1 ? La reponse est PEUT-ETRE, mais il faut l’explorer.

Dans les bascules SR, on sait que les 2 entrees ne doivent pas etre actifs en meme temps. Si on le faisait, ca donnerait Q=Q’, ce qui n’est pas bon. Essayons-le. Si on mettait 1 et 1 a l’entree, on aurait 0 et 0 a l’entree de la bascule SR a droite. Avec cette entree, on voit que Q=1 et Q’=1... cet exemple nous montre que le systeme est actif a 1 et non a 0.

d) Considérez le diagramme temporel suivant d’une bascule D. Recopiez la figure dans votre cahier d’examen et complétez le diagramme pour la sortie Q. *(2 points)*





Propriétés de base

$$x + 0 = x \qquad x \cdot 1 = x$$
$$x + x' = 1 \qquad x \cdot x' = 0$$
$$x + x = x \qquad x \cdot x = x$$
$$x + 1 = 1 \qquad x \cdot 0 = 0$$
$$(x')' = x$$
$$x + y = y + x \qquad xy = yx$$
$$x + (y + z) = (x + y) + z \qquad x(yz) = (xy)z$$
$$x(y + z) = xy + xz \qquad x + yz = (x + y)(x + z)$$
$$(x + y)' = x'y' \qquad (xy)' = x' + y'$$
$$x + xy = x \qquad x(x + y) = x$$